

คำนำ

ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้เกมคณิตศาสตร์และการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เพื่อส่งเสริมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีทั้งหมด 10 ชุด มีเนื้อหาสอดคล้อง ครอบคลุมตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนเทศบาล๕เทศบาลนครสุราษฎร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560) ตาม หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 10 แผน เวลา 49 ชั่วโมง มีรายละเอียดแต่ละชุดดังนี้

- ชุดที่ 1 ลิมิตของฟังก์ชัน
- ชุดที่ 2 การหาลิมิตของฟังก์ชัน
- ชุดที่ 3 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
- ชุดที่ 4 อัตราการเปลี่ยนแปลง
- ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
- ชุดที่ 6 อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ
- ชุดที่ 7 อนุพันธ์อันดับสูง
- ชุดที่ 8 การประยุกต์อนุพันธ์
- ชุดที่ 9 ปริพันธ์ของฟังก์ชันไม่จำกัดเขต
- ชุดที่ 10 ปริพันธ์ของฟังก์ชันจำกัดเขต

ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้เกมคณิตศาสตร์และการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เพื่อส่งเสริมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ชุดนี้เป็นชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ 6 ชั่วโมง มีเนื้อหาประกอบด้วย

1. อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยามด้วยเกมพิชิตภูเขาน้ำแข็ง
2. อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตรด้วยเกมภาพจริงหรือภาพลวง
3. อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรรกยะโดยใช้สูตร ด้วยเกมซ่อนแอบ
4. อนุพันธ์ของฟังก์ชันในรูปผลคูณและผลหาร ด้วยเกมใครคือตัวจริง

มุ่งเน้นให้นักเรียนเข้าใจหลักการและทฤษฎีบท กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ส่งเสริม ทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์โดย พัฒนาความรู้ และทักษะกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ นักเรียนมีความสนุกสนาน เพลิดเพลิน เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีทักษะการคิดเป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาเป็นด้วยกระบวนการกลุ่ม โดยใช้ การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ซึ่งส่งผลให้นักเรียนมีความ มุ่งความเข้าใจตามจุดประสงค์การเรียนรู้ และเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้เกมคณิตศาสตร์และการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เพื่อส่งเสริมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ชุดนี้จะเป็นประโยชน์แก่นักเรียน ครูผู้สอน และผู้สนใจ เพื่อช่วยในการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ และนักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างเต็มศักยภาพ สุดท้ายนี้ขอขอบคุณทุกท่านที่มีส่วนเกี่ยวข้องและให้ความอนุเคราะห์ให้คำปรึกษา แนะนำ ช่วยเหลือ ส่งเสริม และให้กำลังใจตลอดมา

ธัญญารัตน์ ชูหว่าง

สารบัญ

	หน้า
คำนำ	1
สารบัญ	2
คู่มือการใช้สำหรับครู	3
คู่มือการใช้สำหรับนักเรียน	5
ขั้นตอนการใช้ชุดกิจกรรมเกมคณิตศาสตร์	7
มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	8
สาระสำคัญ	8
จุดประสงค์การเรียนรู้	10
แบบทดสอบก่อนเรียนชุดที่ 5อนุพันธ์ของฟังก์ชัน	11
บัตรเนื้อหาที่ 5.1 อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยาม	13
บัตรกิจกรรมที่ 5.1 เกมพิชิตภูเขาน้ำแข็ง	17
บัตรเนื้อหาที่ 5.2 อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร	20
บัตรกิจกรรมที่ 5.2 เกมภาพจริงหรือภาพลวง	24
บัตรเนื้อหาที่ 5.3 อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรรกยะโดยใช้สูตร	30
บัตรกิจกรรมที่ 5.3 เกมเกมซ่อนแอบ	33
บัตรเนื้อหาที่ 5.4 อนุพันธ์ของฟังก์ชันในรูปผลคูณและผลหาร	38
บัตรกิจกรรมที่ 5.4 เกมใครคือตัวจริง	41
แบบทดสอบหลังเรียน ชุดที่ 5อนุพันธ์ของฟังก์ชัน	50
บรรณานุกรม	52
ภาคผนวก	53
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน - หลังเรียน ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน	54
บัตรเฉลยกิจกรรมที่ 5.1เกมพิชิตภูเขาน้ำแข็ง	55
บัตรเฉลยกิจกรรมที่ 5.2เกมภาพจริงหรือภาพลวง	56
บัตรเฉลยกิจกรรมที่ 5.3เกมเกมซ่อนแอบ	57
บัตรเฉลยกิจกรรมที่ 5.4เกมใครคือตัวจริง	29
ตารางบันทึกคะแนนการทำกิจกรรมและทดสอบ	60

คู่มือการใช้สำหรับครู

คำชี้แจงสำหรับครู

ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้เกมคณิตศาสตร์และการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เพื่อส่งเสริมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ให้ครูอ่านคำชี้แจงและปฏิบัติตามขั้นตอนอย่างเคร่งครัดดังนี้

1. ใช้ ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้เกมคณิตศาสตร์และการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เพื่อส่งเสริมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 จำนวน 6 ชั่วโมง

2. ครูต้องศึกษาชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๖ และอ่านเนื้อหาสาระอย่างละเอียดรอบคอบ พร้อมทั้งทำความเข้าใจกับเนื้อหาทุกชุดกิจกรรมก่อนการใช้งาน

3. ครูเตรียมชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๖ ให้ครบถ้วนและเพียงพอกับจำนวนนักเรียน

4. ครูเตรียมเครื่องมือวัดและประเมินผล เพื่อให้ทราบความก้าวหน้าของนักเรียน

5. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบลำดับขั้นตอนและวิธีการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๖ อย่างชัดเจน และประโยชน์ที่จะได้รับการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๖

6. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบเกี่ยวกับบทบาทของนักเรียนในการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๖ ให้เข้าใจ และเน้นย้ำเรื่องความซื่อสัตย์ ไม่ลอกเพื่อน ไม่ให้เพื่อนทำให้ หรือไม่ดูเฉลยก่อนลงมือทำกิจกรรมด้วยตนเอง

7. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

8. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้เดิมของนักเรียน

9. ดำเนินการเรียนรู้ตามกิจกรรมที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้

10. ให้นักเรียนศึกษาบัตรเนื้อหา และบัตรกิจกรรม ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชันแล้วเปลี่ยนกัน

ตรวจตามเฉลย

11. ครูสังเกตความตั้งใจของนักเรียน ความสนใจในการเรียน ถ้ามีปัญหาครูจะได้ทำการช่วยเหลือ ได้ทันทีเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๖ ของนักเรียนแต่ละกลุ่ม อาจไม่เท่ากัน ครูควรยืดหยุ่นตามความเหมาะสมและสถานการณ์

13. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน และประกาศชมเชย

14. ครูควรพูดสรุปบทเรียนในแต่ละเรื่องก่อนที่จะเริ่มบทเรียนเรื่องต่อไป

15. การจัดชั้นเรียนจัดให้นักเรียนศึกษาเป็นรายกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน โดยให้มีนักเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน (อัตราส่วน 1:2:1) คละกันภายในกลุ่ม

บทบาทครู

** สิ่งที่ครูควรปฏิบัติก่อนใช้ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๗ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

1. ศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้ มาตรฐานตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์เสริม ค33201 เรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น ให้เข้าใจอย่างชัดเจน

2. เตรียมสื่อและแหล่งเรียนรู้ล่วงหน้า ดังนี้

2.1 ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้เกมคณิตศาสตร์และการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เพื่อส่งเสริมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ประกอบด้วย

2.1.1 แบบทดสอบก่อนเรียน ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

2.1.2 บัตรเนื้อหาที่ 5.1 อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยาม

2.1.3 บัตรกิจกรรมที่ 5.1 เกมพิชิตภูเขาน้ำแข็ง

2.1.4 บัตรเนื้อหาที่ 5.2 อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร

2.1.5 บัตรกิจกรรมที่ 5.2 เกมภาพจริงหรือภาพลวง

2.1.6 บัตรเนื้อหาที่ 5.3 อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรรกยะโดยใช้สูตร

2.1.7 บัตรกิจกรรมที่ 5.3 เกมเกมซ่อนแอบ

2.1.8 บัตรเนื้อหาที่ 5.4 อนุพันธ์ของฟังก์ชันในรูปผลคูณและผลหาร

2.1.9 บัตรกิจกรรมที่ 5.4 เกมใครคือตัวจริง

2.1.10 แบบทดสอบหลังเรียน ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

2.1.11 เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน - หลังเรียน ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

2.1.12 บัตรเฉลยกิจกรรมที่ 5.1 - 5.4

2.1.13 บันทึกคะแนนการทำกิจกรรมและทดสอบคะแนนกลุ่ม

2.1.14 คำนวณคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม และประกาศชมเชย

2.2 วัสดุจัดป้ายนิเทศหรือประกาศชมเชยหน้าชั้นเรียน

3. การจัดลำดับเอกสารที่ต้องการใช้ไว้ตามลำดับก่อนและหลัง

** สิ่งที่ครูควรปฏิบัติขณะใช้ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๗ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

1. จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ตรงกับแผนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

2. สังเกตและให้คำแนะนำแก่นักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือในข่าทำกิจกรรม

3. หลังจากการจัดการเรียนรู้เสร็จแล้วในแต่ละกิจกรรม ครูเป็นผู้ประเมินผลของนักเรียน

**** สิ่งที่ครูควรปฏิบัติหลังใช้ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๑ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน**

1. ตรวจสอบผลงานที่มอบหมายให้นักเรียนปฏิบัติ
2. จัดป้ายนิเทศหรือประกาศชมเชยหน้าชั้นเรียนกับกลุ่มที่ได้คะแนนสูงที่สุดในการคำนวณคะแนนพัฒนาการของกลุ่ม
3. เก็บรวบรวมผลการประเมินต่าง ๆ ให้เรียบร้อย เพื่อสะดวกในการนำผลมาวิเคราะห์แก้ไข ปัญหาพฤติกรรมของนักเรียนต่อไป

คู่มือการใช้สำหรับนักเรียน

คำชี้แจงสำหรับนักเรียน

ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้เกมคณิตศาสตร์และการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เพื่อส่งเสริมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ให้นักเรียนปฏิบัติตามคำชี้แจงดังนี้

1. อ่านคำชี้แจงเกี่ยวกับขั้นตอนการใช้ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๑ ให้เข้าใจก่อนลงมือทำงานหรือทำการศึกษาค้นคว้าทุกครั้ง
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้เดิมของนักเรียน
3. นักเรียนรับเอกสารชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๑ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชันจากครูผู้สอน
4. ขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มสมาชิกภายในกลุ่มต้องร่วมกันศึกษาบัตรเนื้อหา โดยให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มช่วยเหลืออธิบายความรู้ให้กับสมาชิกภายในกลุ่ม จนแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหานั้นอย่างแท้จริงแล้วจึงเริ่มลงมือทำบัตรกิจกรรม หากสงสัยให้ปรึกษาครูผู้สอน นักเรียนจะได้รับการประเมินจากครูโดยการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมอย่างต่อเนื่อง
5. ตรวจสอบบัตรกิจกรรมตามเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ จากนั้นร่วมกันสรุปองค์ความรู้ โดครูจะคอยชี้แนะและอธิบายเพิ่มเติมหากนักเรียนสรุปไม่ครบถ้วน
6. ทำแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อประเมินความก้าวหน้าของตนเองหลังจากศึกษาชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๑ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชันจบแล้ว
7. สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มต้องตระหนักเสมอว่าคะแนนจากการทำบัตรกิจกรรม แบบทดสอบก่อนเรียน – หลังเรียน มีผลต่อความสำเร็จของกลุ่ม เมื่อเรียนจบชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๑ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชันให้นักเรียนพยายามทำด้วยความตั้งใจและมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองมากที่สุด โดยไม่เปิดดูเฉลยก่อน

บทบาทนักเรียน

ในการเรียนด้วยชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้เกมคณิตศาสตร์และการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เพื่อส่งเสริมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีบทบาท ดังนี้

1. ก่อนเริ่มบทเรียน นักเรียนควรศึกษาคู่มือนักเรียนอย่างละเอียด และให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามลำดับขั้นตอน
2. นักเรียนวางแผนแบ่งตามภาระหน้าที่ เช่น หัวหน้ากลุ่ม เป็นผู้อ่านคำถาม เลขานุการกลุ่ม เป็นผู้จดบันทึก ผู้หาคำตอบ และผู้ตรวจสอบคำตอบ
3. นักเรียนตรวจสอบเช็คอุปกรณ์ทั้งก่อน และหลังทำกิจกรรมให้เรียบร้อย
4. ขณะปฏิบัติกิจกรรม หัวหน้ากลุ่มเป็นผู้นำการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม อ่านบัตรคำสั่ง แล้วให้สมาชิกในกลุ่มร่วมกันปฏิบัติกิจกรรมตามกำหนดเวลา โดยการศึกษาบัตรเนื้อหา บัตรกิจกรรม ปรีกษาหรือ และอภิปรายผลการปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันให้ภารกิจเสร็จสิ้นทันตามกำหนดเวลา
5. หากเกิดข้อสงสัย ไม่เข้าใจ หรือมีปัญหา นักเรียนควรขอคำแนะนำจากครูผู้สอนทันที รวมทั้งควรร่วมมือร่วมใจ มีความสามัคคี ร่วมกันแสดงความคิดเห็น และยอมรับฟังความคิดเห็นของเสียงส่วนใหญ่ในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม เนื่องจากคะแนนความก้าวของทุกคนคือความสำเร็จของกลุ่ม
6. ขั้นตอนสุดท้ายของการเรียนด้วยชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๓ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน นักเรียนต้องทำแบบทดสอบหลังเรียนจำนวน 10 ข้อ เวลา 15 นาที แล้วแลกเปลี่ยนกันตรวจกับกลุ่มอื่น
7. รวบรวมผลงานที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมส่งครู เพื่อเป็นการประเมินผลต่อไปเมื่อสิ้นสุดการปฏิบัติกิจกรรม

การประเมินผล

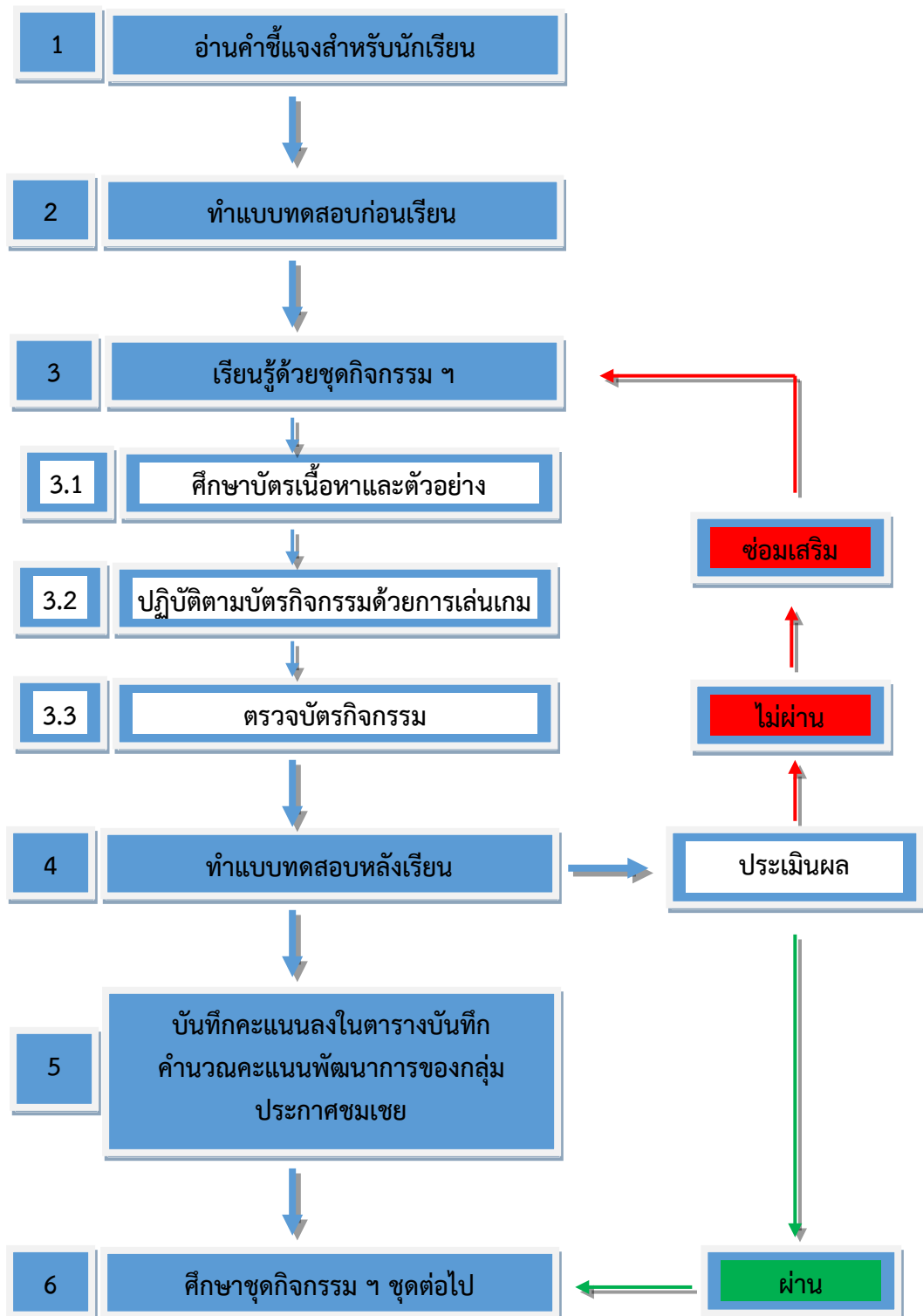
ประเมินผลจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนจากผลงานของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมจากบัตรกิจกรรม และจากการสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม โดยนักเรียนต้องผ่านเกณฑ์การประเมินผลร้อยละ 70 จึงสามารถเรียนชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๓ ชุดต่อไปได้ หากเรียนไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินต้องเรียนซ่อมเสริม

การเรียนซ่อมเสริม

นักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์การประเมิน ให้นักเรียนศึกษาตามจุดประสงค์ที่ไม่ผ่านแล้วทำแบบทดสอบหลังเรียนให้ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ โดยการเรียนซ่อมเสริมให้นักเรียนปฏิบัติ ดังนี้

1. ศึกษาเนื้อหาใหม่อีกครั้ง
2. ใช้ระบบเพื่อนช่วยเพื่อนโดยเพื่ออธิบายข้อสงสัยให้กระจ่าง
3. ครูอธิบายเพิ่มเติม

ขั้นตอนการใช้ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๓ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน



มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

สาระที่ 4 แคลคูลัส

มาตรฐาน ค4.1 เข้าใจลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน และปริพันธ์ของฟังก์ชันและนำไปใช้

ตัวชี้วัด

1. ตรวจสอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่กำหนดให้
2. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ และนำไปใช้แก้ปัญหา
3. หาปริพันธ์ไม่จำกัดเขตและจำกัดเขตของฟังก์ชันพีชคณิตที่กำหนดให้ และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระสำคัญ

ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ หาค่าได้ เรียกค่าลิมิตที่ได้นี้ว่า

“อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ” เขียนแทนด้วย $f'(x)$

จากบทนิยาม จะได้ $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ การหา $f'(x)$ เรียกว่า การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ถ้า $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ หาค่าไม่ได้ เราจะกล่าวว่า ฟังก์ชัน f ไม่มีอนุพันธ์ที่ x

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x เช่น $\frac{dy}{dx}$ (อ่านว่า ดีวายบายดีเอ็กซ์), y' และ $\frac{d}{dx}f(x)$ เป็นต้น

- หมายเหตุ
1. $\frac{dy}{dx} \neq \frac{y}{x}$ เพราะ $\frac{dy}{dx}$ คือ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ไม่ได้หมายถึง d คูณ y หารด้วย d คูณ x
 2. $\frac{dy}{dx}$ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x ใด ๆ

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร มีดังนี้

สูตรที่ 1 ถ้า $y = c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวแล้ว $\frac{dy}{dx} = 0$ นั่นคือ $\frac{d}{dx}(c) = 0$

สูตรที่ 2 ถ้า $y = x$ แล้ว $\frac{dy}{dx} = 1$ นั่นคือ $\frac{dx}{dx} = 1$

สูตรที่ 3 ถ้า $y = x^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนจริงแล้ว $\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$ นั่นคือ $\frac{d}{dx}(x)^n = nx^{n-1}$

สูตรที่ 4 ถ้า $y = f(x) + g(x)$ แล้ว $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x)$

สูตรที่ 5 ถ้า $y = f(x) - g(x)$ แล้ว $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}f(x) - \frac{d}{dx}g(x)$

สูตรที่ 6 ถ้า $y = cf(x)$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว แล้ว $\frac{dy}{dx} = c \frac{d}{dx}f(x)$

สูตรที่ 7 ถ้า $y = f(x) \cdot g(x)$ แล้ว $\frac{dy}{dx} = f(x) \frac{d}{dx}g(x) + g(x) \frac{d}{dx}f(x)$

สูตรที่ 8 ถ้า $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ โดยที่ $g(x) \neq 0$ แล้ว $\frac{dy}{dx} = \frac{g(x) \frac{d}{dx}f(x) - f(x) \frac{d}{dx}g(x)}{[g(x)]^2}$

ด้านความรู้

1. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้โดยใช้นิยามได้
2. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้โดยใช้สูตรได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความซื่อสัตย์ สุจริต
2. มีวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้
4. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถด้านการสื่อสาร
2. ความสามารถด้านการคิด
3. ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

แบบทดสอบก่อนเรียน

รายวิชาคณิตศาสตร์เสริม (ค33201) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น เล่มที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

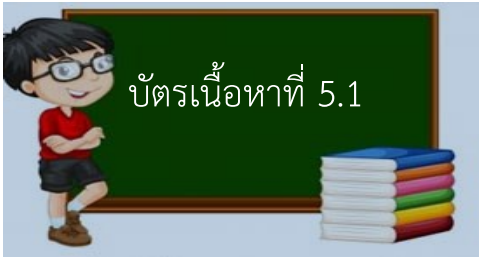
คำชี้แจง 1. แบบทดสอบชุดนี้มีทั้งหมด 20 ข้อ ใช้เวลา 40 นาที

2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย × ลงในช่องตัวเลือกในกระดาษคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. ข้อใดคืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 4x - 14$
 ก. $\frac{x}{4}$ ข. x ค. $4x$ ง. 4
2. ข้อใดคืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = 2x^2 - x$
 ก. $2x - 1$ ข. $x^2 - 1$ ค. $4x - 1$ ง. $4 - x$
3. กำหนด $f(x) = \sqrt{x}$ แล้ว $f'(x)$ เท่ากับข้อใด
 ก. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ข. $-\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ค. x ง. $2\sqrt{x}$
4. กำหนด $f(x) = \frac{2}{x^2}$ แล้ว $f'(x)$ เท่ากับข้อใด
 ก. $-\frac{4}{x}$ ข. $\frac{4}{x}$ ค. $-\frac{4}{x^3}$ ง. $\frac{4}{x^3}$
5. กำหนด $y = \frac{3x^2}{2}$ แล้ว $\frac{dy}{dx}$ เท่ากับข้อใด
 ก. $3x$ ข. $6x$ ค. $9x$ ง. $12x$
6. กำหนด $f(x) = 5x + 3$ แล้ว $f'(4)$ เท่ากับข้อใด
 ก. 4 ข. 5 ค. 20 ง. 2
7. ข้อใดคืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = x^2 + x$ ณ $x = -2$
 ก. -3 ข. -2 ค. 2 ง. 3
8. กำหนด $f(x) = 6$ แล้ว $f'(5)$ เท่ากับข้อใด
 ก. 0 ข. 1 ค. 5 ง. 6
9. กำหนด $f(x) = \frac{1}{x}$ แล้ว $f'(-2)$ เท่ากับข้อใด
 ก. 0 ข. 1 ค. $-\frac{1}{4}$ ง. $\frac{1}{4}$
10. กำหนด $f(x) = 4\sqrt{x}$ แล้ว $f'(4)$ เท่ากับข้อใด
 ก. 1 ข. 2 ค. 4 ง. 8
11. ข้อใดคืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = 2x^3 - 3x^2 + x - 1$
 ก. $6x^2 - 6x + 1$
 ข. $2x^2 - 3x + 1$
 ค. $6x^4 - 6x^3 + x^2 - x$
 ง. $6x^2 - x + 1$

ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๖ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

12. กำหนด $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3x$ แล้ว $f'(-1)$ เท่ากับข้อใด
 ข. -7 ข. -1 ค. 0 ง. 5
13. กำหนด $y = \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$ แล้ว $\frac{dy}{dx}$ เท่ากับข้อใด
 ก. $\frac{2}{x^2} - \frac{6}{x^3}$ ข. $-\frac{2}{x^2} - \frac{6}{x^3}$ ค. $\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^3}$ ง. $-\frac{2}{x} + \frac{3}{x^3}$
14. กำหนด $f(x) = \frac{4}{x^2} - \frac{8}{x}$ แล้ว $f'(2)$ เท่ากับข้อใด
 ก. -3 ข. -1 ค. 0 ง. 1
15. กำหนด $y = 2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$ แล้ว $\frac{dy}{dx}$ เท่ากับข้อใด
 ก. $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ ข. $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
 ค. $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ ง. $\sqrt{x} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
16. กำหนด $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$ แล้ว $f'(4)$ เท่ากับข้อใด
 ข. 8 ข. 2 ค. -2 ง. -4
17. ข้อใดคืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = (x^2 + 1)(3x - 1)$
 ก. $3x^2 + 2x + 3$
 ข. $3x^2 - 2x + 3$
 ค. $9x^2 + 2x - 3$
 ง. $9x^2 - 2x + 3$
18. กำหนด $f(x) = (x^3 - x)(x + 2)$ แล้ว $f'(-3)$ เท่ากับข้อใด
 ก. -48 ข. -50 ค. -54 ง. -56
19. กำหนด $f(x) = \frac{x^3+16}{x^2}$ แล้ว $f'(x)$ เท่ากับข้อใด
 ก. $\frac{x^4-32}{x^4}$ ข. $\frac{x^4-32}{x^2}$ ค. $\frac{x^3-32}{x^3}$ ง. $\frac{x^4-32}{x^3}$
20. กำหนด $f(x) = \frac{2x+1}{3x+5}$ แล้ว $f'(0)$ เท่ากับข้อใด
 ก. $-\frac{1}{5}$ ข. $\frac{7}{5}$ ค. $-\frac{7}{25}$ ง. $\frac{7}{25}$



อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยาม

บทนิยาม

ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

หาค่าได้ เรียกค่าลิมิตที่ได้นี้ว่า

“อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ” เขียนแทนด้วย $f'(x)$

จากบทนิยาม จะได้

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

การหา $f'(x)$ เรียกว่า การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f โดย

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \text{ หาค่าไม่ได้}$$

เราจะกล่าวว่า ฟังก์ชัน f ไม่มีอนุพันธ์ที่ x

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x เช่น $\frac{dy}{dx}$ (อ่านว่า ดีวายบายดีเอกซ์), y' และ $\frac{d}{dx}f(x)$ เป็นต้น

** $\frac{dy}{dx} \neq \frac{x}{y}$ เพราะ $\frac{dy}{dx}$ คือ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ไม่ได้หมายถึง d คูณ y หารด้วย d คูณ x

** $\frac{dy}{dx}$ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x ใด ๆ

ตัวอย่างการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยาม

ตัวอย่างที่ 1 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 2x - 1$

วิธีทำ จากนิยาม

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(x+h) - 1] - (2x - 1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x + 2h - 1 - 2x + 1}{h} \end{aligned}$$

ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๗ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2 = 2 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = x^2 + 2x + 3$

วิธีทำ จากนิยาม

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^2 + 2(x+h) + 3] - (x^2 + 2x + 3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2xh + h^2) + (2x + 2h) + 3 - (x^2 + 2x + 3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 2x + 2h + 3 - x^2 - 2x - 3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 + 2h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h + 2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2x + h + 2 = 2x + 2 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด $f(x) = \frac{5x}{3}$ แล้ว $f'(3)$ มีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากนิยาม

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left[\frac{5(x+h)}{3}\right] - \left(\frac{5x}{3}\right)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{5x+5h}{3}\right) - \left(\frac{5x}{3}\right)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{5x + 5h - 5x}{3}\right) \cdot \frac{1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5h}{3} \cdot \frac{1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$f'(3)$ คือ $\frac{5}{3}$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = \frac{1}{x^2}$ ขณะ $x = 2$

วิธีทำ จากนิยาม

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left[\frac{1}{(x+h)^2} \right] - \left(\frac{1}{x^2} \right)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{1}{x^2 + 2xh + h^2} \right) - \left(\frac{1}{x^2} \right)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 - x^2 - 2xh - h^2}{x^2(x^2 + 2xh + h^2)} \right) \cdot \frac{1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{-2xh - h^2}{x^2(x^2 + 2xh + h^2)} \right) \cdot \frac{1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(-2x - h)}{x^2(x^2 + 2xh + h^2)} \cdot \frac{1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2x - h}{x^2(x^2 + 2xh + h^2)} \\ &= \frac{-2x}{x^4} \\ &= \frac{-2}{x^3} \end{aligned}$$

ดังนั้น อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ขณะ $x = 2$ คือ

$$\frac{-2}{(2)^3} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนด $f(x) = 2\sqrt{x}$ แล้ว $f'(9)$ มีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากนิยาม

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2\sqrt{x+h}) - (2\sqrt{x})}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2\sqrt{x+h} - 2\sqrt{x})}{h} \cdot \frac{(2\sqrt{x+h} + 2\sqrt{x})}{(2\sqrt{x+h} + 2\sqrt{x})} \end{aligned}$$

ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๗ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(\sqrt{x+h})^2 - 4(\sqrt{x})^2}{h(2\sqrt{x+h} + 2\sqrt{x})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(x+h) - 4x}{h(2\sqrt{x+h} + 2\sqrt{x})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4x + 4h - 4x}{h(2\sqrt{x+h} + 2\sqrt{x})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h}{h(2\sqrt{x+h} + 2\sqrt{x})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4}{2\sqrt{x+h} + 2\sqrt{x}} \\ &= \frac{4}{2\sqrt{x} + 2\sqrt{x}} \\ &= \frac{4}{4\sqrt{x}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$f'(9) = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$$



เกมพิชิตภูเขาน้ำแข็ง

วัสดุอุปกรณ์

- 1) บัตรวิธีการเล่นเกม
- 2) บัตรคำถาม
- 3) บัตรคำตอบ

เวลาที่ใช้ 20 นาที

ขนาดของกลุ่ม 4 – 5 คน

วัตถุประสงค์ของเกม

ส่งเสริมความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการหาคำตอบของอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยาม โดยมีการวางแผนดำเนินงานได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง ฝึกการแก้ปัญหา การใช้ทักษะการคิดคำนวณและมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์

วิธีการการเล่น

- 1) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวางแผนการเล่นและแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบในกลุ่ม โดยเฉพาะผู้เขียนคำตอบลงในบัตรคำตอบ
- 2) ให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มมารับอุปกรณ์การเล่นประกอบด้วย บัตรวิธีการเล่น บัตรคำถาม และบัตรคำตอบ
- 3) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาคำตอบและเลือกเส้นทางข้ามภูเขาน้ำแข็ง ลงในบัตรคำตอบ ภายในเวลา 20 นาที
- 4) กลุ่มใดช่วยกันหาคำตอบและเลือกเส้นทางข้ามภูเขาน้ำแข็งได้ถูกต้องและรวดเร็วที่สุด ถือเป็นกลุ่มชนะ ได้รับดาว 5 ดวงเป็นรางวัล
- 5) เมื่อหมดเวลาให้ทุกกลุ่มส่งบัตรกิจกรรมและช่วยกันเฉลยเพื่อตรวจสอบพร้อม ๆ กัน

เกณฑ์การประเมิน

- 1) คะแนนในการทำกิจกรรมเกมพิชิตภูเขาน้ำแข็ง คะแนนเต็ม 10 คะแนน โดยหาคำตอบได้ถูกต้อง คำตอบละ 1 คะแนน
- 2) นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องได้คะแนน 7 คะแนนขึ้นไป จึงผ่านกิจกรรม

บัตรวิธีการเล่น

- 1) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวางแผนการเล่นและแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบในกลุ่ม โดยเฉพาะผู้เขียนคำตอบลงในบัตรคำตอบ
- 2) ให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มมารับอุปกรณ์การเล่นประกอบด้วย บัตรวิธีการเล่น บัตรคำถาม และบัตรคำตอบ
- 3) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาคำตอบและเลือกเส้นทางข้ามภูเขาน้ำแข็งลงในบัตรคำตอบภายในเวลา 20 นาที
- 4) กลุ่มใดช่วยกันหาคำตอบและเลือกเส้นทางข้ามภูเขาน้ำแข็งได้ถูกต้องและรวดเร็วที่สุด ถือเป็นกลุ่มชนะ ได้รับดาว 5 ดวงเป็นรางวัล
- 5) เมื่อหมดเวลาให้ทุกกลุ่มส่งบัตรกิจกรรมและช่วยกันเฉลยเพื่อตรวจสอบความถูกต้องพร้อม ๆ กัน

เกณฑ์การประเมิน

- 6) คะแนนในการทำกิจกรรมเกมเกมพิชิตภูเขาน้ำแข็ง คะแนนเต็ม 10 คะแนน โดยหาคำตอบได้ถูกต้อง คำตอบละ 1 คะแนน
- 7) นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องได้คะแนน 7 คะแนนขึ้นไป จึงผ่านกิจกรรม

บัตรคำถาม

นักเรียนและเพื่อน ๆ ได้ย้อนยุค เมื่อสองหมื่นปีก่อน เป็นช่วงก่อนยุคน้ำแข็งเสียด้วยซ้ำ สัตว์โลกน้อยใหญ่จึงต้องหนีเอาตัวให้รอดจากพายุหิมะและภูเขาน้ำแข็งอันมหึมา แมนนี่(ช้างแมมมอธ) และ ซิด (ตัวสลอท) จำต้องข้ามภูเขาน้ำแข็งซึ่งก้อนน้ำแข็งทั้งหมด 64 ก้อน มีเพียงแค่ 10 ก้อนเท่านั้น ที่สามารถรับน้ำหนักตัวของแมนนี่และซิดได้ นักเรียน และเพื่อน ๆ ในกลุ่มจะต้องช่วยแมนนี่และซิดเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดที่อยู่บนก้อนน้ำแข็งทั้ง 10 ก้อนนั้นจากบัตรคำถาม และหาทางพาแมนนี่และซิด กลับบ้านโดยการข้ามภูเขาน้ำแข็งนี้ไปได้

คำถามก่อนที่ 1 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 4x - 3$

คำถามก่อนที่ 2 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = 6x^2 + 5x - 3$ ขณะ $x = 3$

คำถามก่อนที่ 3 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \frac{4x^2}{5}$

คำถามก่อนที่ 4 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = 2 - 5x^2$

คำถามก่อนที่ 5 กำหนด $f(x) = \frac{6}{x^2}$ แล้ว $f'(-1)$ เท่ากับเท่าใด

คำถามก่อนที่ 6 กำหนด $f(x) = 15$ แล้ว $f'(x)$ เท่ากับเท่าใด

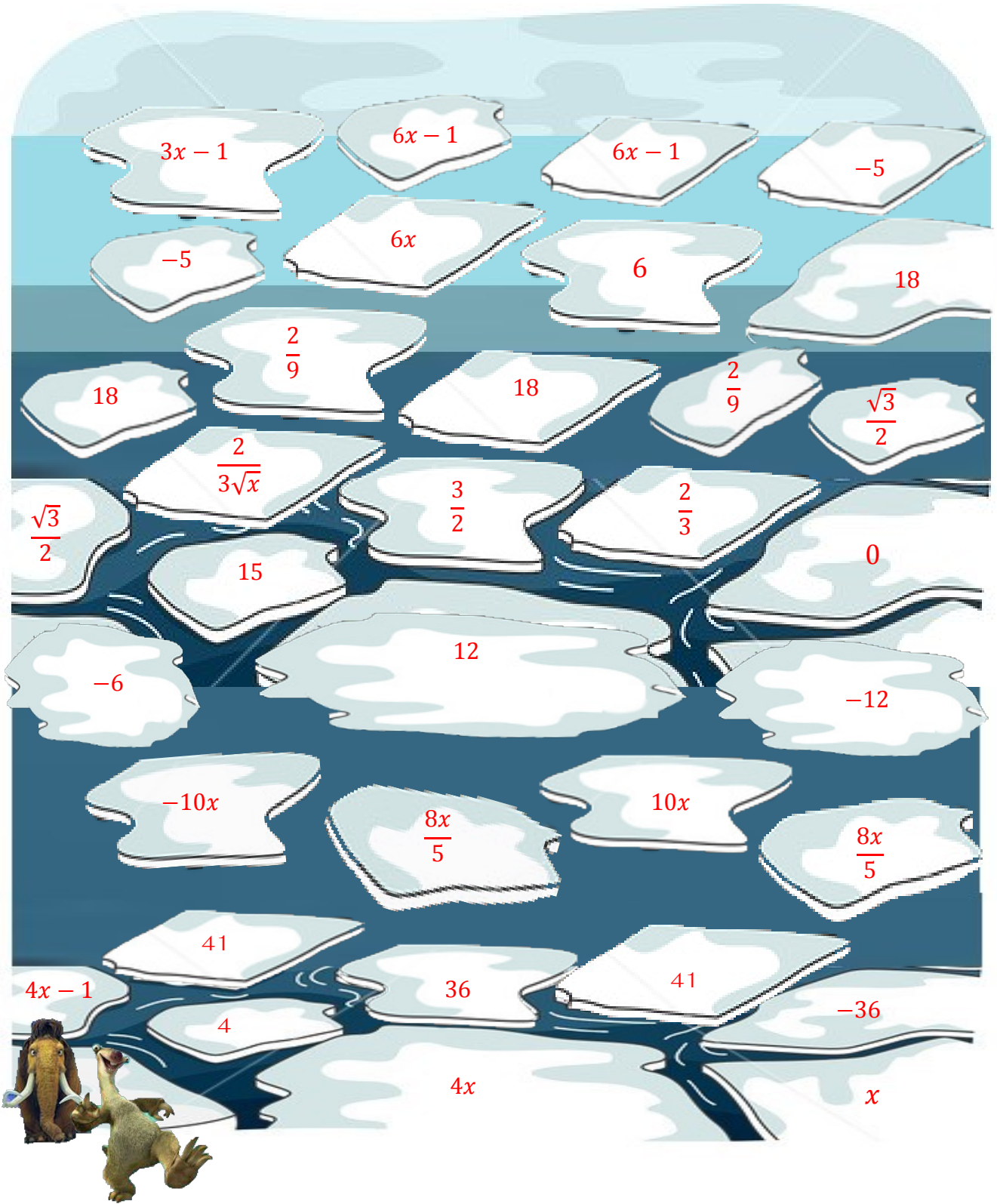
คำถามก่อนที่ 7 กำหนด $y = 3\sqrt{x}$ แล้ว $\frac{dy}{dx}$ เท่ากับเท่าใด

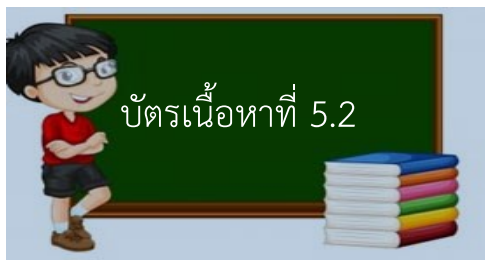
คำถามก่อนที่ 8 กำหนด $f(x) = \frac{2x}{9}$ แล้ว $f'(18)$ เท่ากับเท่าใด

คำถามก่อนที่ 9 กำหนด $f(x) = 6x + 1$ แล้ว $f'(-5)$ เท่ากับเท่าใด

คำถามก่อนที่ 10 กำหนด $f(x) = 3x^2 - x + 2$ แล้ว $f'(x)$ เท่ากับเท่าใด

บัตรคำตอบ





อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร

ในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร จะช่วยให้การหาอนุพันธ์สะดวกและรวดเร็วมายิ่งขึ้น ซึ่งสูตรในการหาอนุพันธ์มีดังต่อไปนี้

สูตรที่ 1 ถ้า $y = c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวแล้ว $\frac{dy}{dx} = 0$ นั่นคือ $\frac{d}{dx}(c) = 0$

สูตรที่ 2 ถ้า $y = x$ แล้ว $\frac{dy}{dx} = 1$ นั่นคือ $\frac{dx}{dx} = 1$

สูตรที่ 3 ถ้า $y = x^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนจริงแล้ว $\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$ นั่นคือ $\frac{d}{dx}(x)^n = nx^{n-1}$

สูตรที่ 4 ถ้า $y = f(x) + g(x)$ แล้ว $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x)$

สูตรที่ 5 ถ้า $y = f(x) - g(x)$ แล้ว $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}f(x) - \frac{d}{dx}g(x)$

สูตรที่ 6 ถ้า $y = cf(x)$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว แล้ว $\frac{dy}{dx} = c \frac{d}{dx}f(x)$

ตัวอย่างการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร

ตัวอย่างที่ 1 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = -2$

วิธีทำ จากสูตรจะได้ว่า

$$f'(x) = 0$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x$

วิธีทำ จากสูตรจะได้ว่า

$$f'(x) = 1$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = x^3 + 2x^2$

วิธีทำ จากสูตรจะได้ว่า

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 2(2)x$$

$$= 3x^2 + 4x$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = \frac{1}{x^4}$

วิธีทำ เมื่อ x อยู่เป็นส่วน ต้องเปลี่ยนรูปฟังก์ชัน คือ $y = x^{-4}$

จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= (-4)x^{-5} \\ &= -\frac{4}{x^5} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนด $f(x) = 5x^4 - 2x^3 + 9x$ แล้ว $f'(-1)$ มีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากสูตรจะได้ว่า

$$f'(x) = 20x^3 - 6x^2 + 9$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } f'(-1) &= 20(-1)^3 - 6(-1)^2 + 9 \\ &= -20 - 6 + 9 \\ &= -15 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 6 กำหนด $f(x) = \frac{3}{x^3} - \frac{5}{x}$ แล้ว $f'(1)$ มีค่าเท่าใด

วิธีทำ เมื่อ x อยู่เป็นส่วน ต้องเปลี่ยนรูปฟังก์ชัน คือ $f(x) = 3x^{-3} - 5x^{-1}$

จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned} f'(x) &= (3)(-3)x^{-4} - (5)(-1)x \\ &= -\frac{9}{x^4} + \frac{5}{x} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } f'(1) = -\frac{9}{(1)^4} + \frac{5}{(1)} = -9 + 5 = -4$$



เกมภาพจริงหรือภาพลวง

วัสดุอุปกรณ์

- 1) บัตรวิธีการเล่นเกม
- 2) บัตรคำถาม
- 3) บัตรคำตอบ

เวลาที่ใช้ 20 นาที

ขนาดของกลุ่ม 4 - 5 คน

วัตถุประสงค์ของเกม

ส่งเสริมความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการหาคำตอบของอนุพันธ์ของ ฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตรโดยมีการวางแผนดำเนินงานได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง ฝึกการแก้ปัญหา การใช้ทักษะการคิดคำนวณ และมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์

วิธีการการเล่น

- 1) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวางแผนการเล่นและแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบในกลุ่ม โดยเฉพาะผู้เขียนคำตอบลงในบัตรคำตอบ
- 2) ให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มมารับอุปกรณ์การเล่นประกอบด้วย บัตรวิธีการเล่น บัตรคำถาม และบัตรคำตอบ
- 3) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาคำตอบและเลือกคำตอบภายใต้ภาพที่ถูกต้อง ลงในบัตรคำตอบภายในเวลา 20 นาที
- 4) กลุ่มใดช่วยกันหาคำตอบและเลือกคำตอบภายใต้ภาพที่ถูกต้องและรวดเร็วที่สุด ถือเป็นกลุ่มชนะ ได้รับดาว 5 ดวงเป็นรางวัล
- 5) เมื่อหมดเวลาให้ทุกกลุ่มส่งบัตรกิจกรรมและช่วยกันเฉลยเพื่อตรวจสอบพร้อม ๆ กัน

เกณฑ์การประเมิน

- 1) คะแนนในการทำกิจกรรมเกมภาพจริงหรือภาพลวง คะแนนเต็ม 10 คะแนน โดยหาคำตอบได้ถูกต้อง คำตอบละ 1 คะแนน
- 2) นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องได้คะแนน 7 คะแนนขึ้นไป จึงผ่านกิจกรรม

บัตรวิธีการเล่น

- 1) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวางแผนการเล่นและแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบในกลุ่ม โดยเฉพาะผู้เขียนคำตอบลงในบัตรคำตอบ
- 2) ให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มมารับอุปกรณ์การเล่นประกอบด้วย บัตรวิธีการเล่น บัตรคำถาม และบัตรคำตอบ
- 3) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาคำตอบและเลือกคำตอบภายใต้ภาพที่ถูกต้อง ลงในบัตรคำตอบภายในเวลา 20 นาที
- 4) กลุ่มใดช่วยกันหาคำตอบและเลือกคำตอบภายใต้ภาพที่ถูกต้องและรวดเร็วที่สุด ถือเป็นกลุ่มชนะ ได้รับดาว 5 ดวงเป็นรางวัล
- 5) เมื่อหมดเวลาให้ทุกกลุ่มส่งบัตรกิจกรรมและช่วยกันเฉลยเพื่อตรวจสอบความถูกต้องพร้อม ๆ กัน

เกณฑ์การประเมิน

- 1) คะแนนในการทำกิจกรรมเกมภาพจริงหรือภาพลวง คะแนนเต็ม 10 คะแนน โดยหาคำตอบได้ถูกต้อง คำตอบละ 1 คะแนน
- 2) นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องได้คะแนน 7 คะแนนขึ้นไป จึงผ่านกิจกรรม

บัตรคำถาม

โตเรมีน้องสาวของโตเรมอนได้นำของวิเศษมาเล่นคือกล้องถ่ายภาพนิ่ง โดยของวิเศษชิ้นนี้ถ้าหากถ่ายภาพใครแล้วคนคนนั้นจะหยุดนิ่งอยู่กับที่ไม่ว่าจะเคลื่อนไหวได้เลย โตเรมีไม่ทราบคิดว่าเป็นกล้องถ่ายรูปธรรมดาจึงนำไปถ่ายรูปโตเรมอนและเพื่อน ๆ จนทุกคนเคลื่อนที่ไปไหนไม่ได้ วิธีการแก้คือต้องนำภาพที่โตเรมีถ่ายมาแปะที่คนคนนั้นจึงจะสามารถเคลื่อนไหวได้ ซึ่งโตเรถ่ายรูปไว้ทั้งหมด 10 คน นักเรียนและเพื่อน ๆ ต้องช่วยทั้ง 10 คนนี้ ด้วยการหาภาพถ่ายที่ตรงกับลักษณะที่แต่ละคนเป็นอยู่ โดยแต่ละคนจะมีคำถามคนละ 1 คำถาม และในภาพถ่ายแต่ละคนจะมีคำตอบของคำถาม นักเรียนต้องหาคำตอบจากภาพถ่ายที่ถูกต้องแล้วนำไปช่วยโตเรมอนและเพื่อน ๆ เมื่อเข้าใจแล้ว ลุยกันเลย!!!



โตเรมอน:อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = 3x^2 - 4x + 1$ เท่ากับเท่าใด

โนบิตะ:จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^3 - 5x^2 - x + 4$

ชิสุกะ:ฟังก์ชัน $y = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

ใจแอนท์:ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{20}{3x^3}$ จงหา $f'(x)$

ซูเนโอะ:ฟังก์ชัน $f(x) = 5x^2 + \frac{4}{x^2}$ จงหา $f'(x)$

พ่อโนบิตะ:ฟังก์ชัน $f(x) = 5x^3 - x^2 + x$ จงหา $f'(-1)$

แม่โนบิตะ:ฟังก์ชัน $f(x) = 2x^2 - 1$ จงหา $f'(3)$

แม่ใจแอนท์:ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{5}{x} - \frac{1}{3x^2}$ จงหา $f'(1)$

แม่ซูเนโอะ:ฟังก์ชัน $y = \frac{4}{x^3} - \frac{2}{x}$ จงหาอนุพันธ์ที่ $x = 2$

คุณครู:ฟังก์ชัน $y = x^4 - \frac{1}{x^3}$ จงหาอนุพันธ์ที่ $x = -1$



บัตรคำตอบ


$6x - 4$



$5x - 4$



$3x - 4$



$x^2 - 5x - 1$



$3x^2 - 10x - 1$




$3x^2 - 5x - 4$



$1 - \frac{4}{x}$

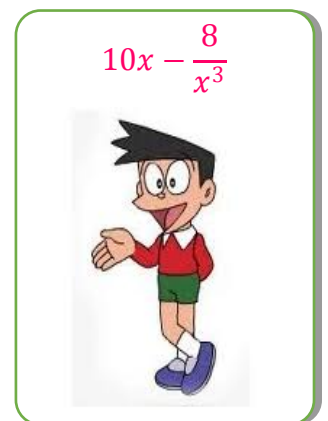
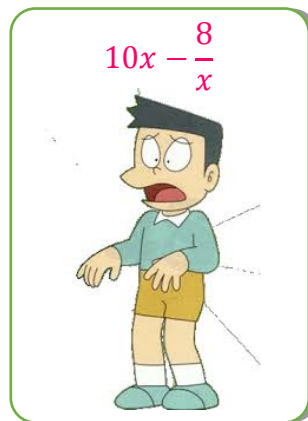
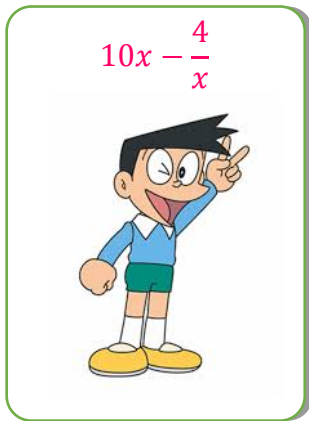
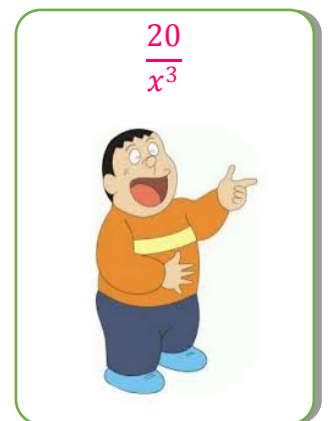
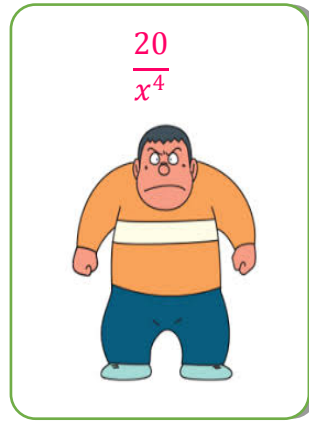
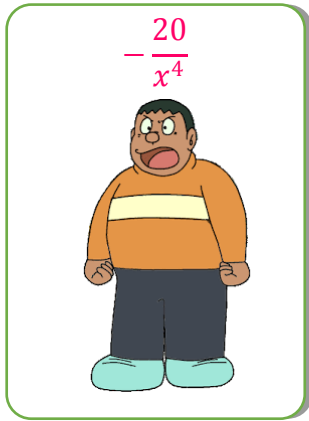


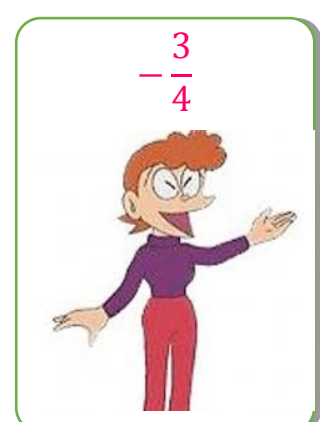
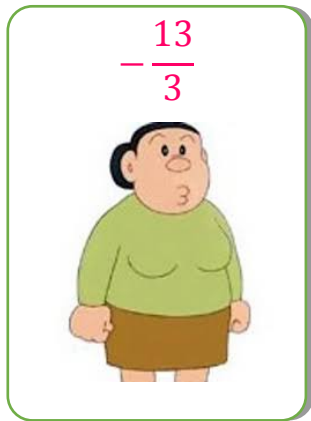
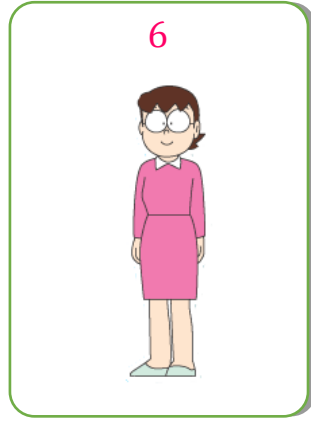
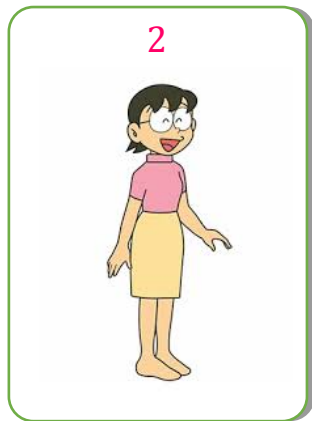
$-\frac{1}{x} + \frac{4}{x^3}$

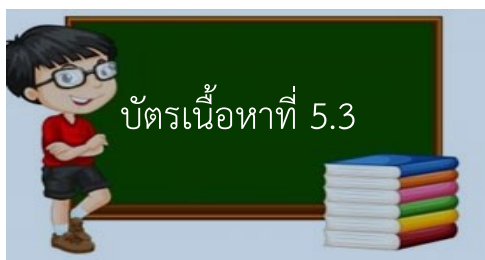


$-\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3}$









อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรรกยะโดยใช้สูตร

ในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ตรรกยะโดยใช้สูตร กล่าวคือ ฟังก์ชันตรรกยะคือฟังก์ชันที่มีเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วน ใช้วิธีการหาแบบเดียวกับสูตรการหาอนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต โดยเพิ่มความรู้เกี่ยวกับการบวกลบเศษส่วนและการเปลี่ยนกรณีให้เป็นเศษส่วน ซึ่งคงใช้สูตร ดังต่อไปนี้

สูตรที่ 1 ถ้า $y = c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวแล้ว $\frac{dy}{dx} = 0$ นั่นคือ $\frac{d}{dx}(c) = 0$

สูตรที่ 2 ถ้า $y = x$ แล้ว $\frac{dy}{dx} = 1$ นั่นคือ $\frac{dx}{dx} = 1$

สูตรที่ 3 ถ้า $y = x^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนจริงแล้ว $\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$ นั่นคือ $\frac{d}{dx}(x)^n = nx^{n-1}$

สูตรที่ 4 ถ้า $y = f(x) + g(x)$ แล้ว $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x)$

สูตรที่ 5 ถ้า $y = f(x) - g(x)$ แล้ว $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}f(x) - \frac{d}{dx}g(x)$

สูตรที่ 6 ถ้า $y = cf(x)$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว แล้ว $\frac{dy}{dx} = c \frac{d}{dx}f(x)$

ตัวอย่างการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรรกยะโดยใช้สูตร

ตัวอย่างที่ 1 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$

วิธีทำ จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{1}{2}\right)x^{\frac{1}{2}-\frac{2}{2}} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = x^{\frac{3}{4}} + 2x^{\frac{2}{3}}$

วิธีทำ จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \left(\frac{3}{4}\right)x^{\frac{3}{4}-\frac{4}{4}} + 2\left(\frac{2}{3}\right)x^{\frac{2}{3}-\frac{3}{3}} \\ &= \left(\frac{3}{4}\right)x^{-\frac{1}{4}} + \left(\frac{4}{3}\right)x^{-\frac{1}{3}} \\ &= \frac{3}{4x^{\frac{1}{4}}} + \frac{4}{3x^{\frac{1}{3}}} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด $f(x) = \sqrt{x} - 6\sqrt[3]{x}$ แล้ว $f'(x)$ มีค่าเท่าใด

วิธีทำ เมื่อ x อยู่ในกรณฑ์ ต้องเปลี่ยนรูปฟังก์ชัน คือ $f(x) = x^{\frac{1}{2}} - 6x^{\frac{1}{3}}$

จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{1}{2}\right)x^{\frac{1}{2}-\frac{2}{2}} + 6\left(\frac{1}{3}\right)x^{\frac{1}{3}-\frac{3}{3}} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{6}{3}\right)x^{-\frac{2}{3}} \\ &= \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} + \frac{2}{x^{\frac{2}{3}}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = \frac{4}{3\sqrt{x}}$

วิธีทำ เมื่อ x อยู่ในกรณฑ์ ต้องเปลี่ยนรูปฟังก์ชัน คือ $y = \frac{4}{3x^{\frac{1}{2}}} = \frac{4x^{-\frac{1}{2}}}{3}$

จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \left(\frac{4}{3}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{1}{2}-\frac{2}{2}} \\ &= -\frac{4x^{-\frac{3}{2}}}{6} = -\frac{2}{3x^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2}{3x\sqrt{x}} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนด $f(x) = 4\sqrt{x}$ แล้ว $f'(9)$ มีค่าเท่าใด

วิธีทำ เมื่อ x อยู่ในกรณฑ์ ต้องเปลี่ยนรูปฟังก์ชัน คือ $f(x) = 4x^{\frac{1}{2}}$

จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned}f'(x) &= \left(\frac{1}{2}\right)(4)x^{\frac{1}{2}-\frac{2}{2}} \\&= \left(\frac{4}{2}\right)x^{-\frac{1}{2}} \\&= \frac{2}{x^{\frac{1}{2}}} \\&= \frac{2}{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } f'(9) = \frac{2}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

ตัวอย่างที่ 6 กำหนด $f(x) = \frac{6}{\sqrt{x}}$ แล้ว $f'(1)$ มีค่าเท่าใด

วิธีทำ เมื่อ x อยู่ในกรณฑ์ ต้องเปลี่ยนรูปฟังก์ชัน คือ $f(x) = \frac{6}{x^{\frac{1}{2}}} = 6x^{-\frac{1}{2}}$

จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned}f'(x) &= \left(-\frac{1}{2}\right)(6)x^{-\frac{1}{2}-\frac{2}{2}} \\&= \left(-\frac{6}{2}\right)x^{-\frac{3}{2}} \\&= -\frac{3}{x^{\frac{3}{2}}} \\&= -\frac{3}{x\sqrt{x}}\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } f'(1) = -\frac{3}{(1)\sqrt{1}} = -3$$



วัสดุอุปกรณ์

- 1) บัตรวิธีการเล่นเกม
- 2) บัตรคำถาม
- 3) บัตรคำตอบ

เวลาที่ใช้ 20 นาที

ขนาดของกลุ่ม 4 – 5 คน

วัตถุประสงค์ของเกม

ส่งเสริมความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการหาคำตอบของอนุพันธ์ของ ฟังก์ชันที่มีเลขชี้กำลัง เป็นเศษส่วนโดยใช้สูตร โดยมีการวางแผนดำเนินงานได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง ฝึกการแก้ปัญหา การใช้ ทักษะการคิดคำนวณและมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์

วิธีการการเล่น

- 1) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวางแผนการเล่นและแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบในกลุ่ม โดยเฉพาะผู้เขียนคำตอบลงในบัตรคำตอบ
- 2) ให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มมารับอุปกรณ์การเล่นประกอบด้วย บัตรวิธีการเล่น บัตรคำถาม และบัตรคำตอบ
- 3) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาคำตอบและเลือกเงาของแกะที่ถูกต้อง ลงในบัตร คำตอบภายในเวลา 20 นาที
- 4) กลุ่มใดช่วยกันหาคำตอบและเลือกเงาของแกะได้ถูกต้องและรวดเร็วที่สุด ถือเป็น กลุ่มชนะ ได้รับดาว 5 ดวงเป็นรางวัล
- 5) เมื่อหมดเวลาให้ทุกกลุ่มส่งบัตรกิจกรรมและช่วยกันเฉลยเพื่อตรวจสอบพร้อม ๆ กัน

เกณฑ์การประเมิน

- 1) คะแนนในการทำกิจกรรมเกมซ่อนแอบ คะแนนเต็ม 10 คะแนน โดยหาคำตอบได้ ถูกต้อง คำตอบละ 1 คะแนน
- 2) นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องได้คะแนน 7 คะแนนขึ้นไป จึงผ่านกิจกรรม

ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้เกมคณิตศาสตร์และการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เพื่อส่งเสริมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

บัตรวิธีการเล่น

- 1) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวางแผนการเล่นและแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบในกลุ่ม โดยเฉพาะผู้เขียนคำตอบลงในบัตรคำตอบ
- 2) ให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มมารับอุปกรณ์การเล่นประกอบด้วย บัตรวิธีการเล่น บัตรคำถาม และบัตรคำตอบ
- 3) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาคำตอบและและเลือกเงาของแกละลงในบัตรคำตอบ ภายในเวลา 20 นาที
- 4) กลุ่มใดช่วยกันหาคำตอบและและเลือกเงาของแกละได้ถูกต้องและรวดเร็วที่สุด ถือเป็นกลุ่มชนะ ได้รับดาว 5 ดวงเป็นรางวัล
- 5) เมื่อหมดเวลาให้ทุกกลุ่มส่งบัตรกิจกรรมและช่วยกันเฉลยเพื่อตรวจสอบความถูกต้องพร้อม ๆ กัน

เกณฑ์การประเมิน

- 6) คะแนนในการทำกิจกรรมเกมซ่อนแอบ คะแนนเต็ม 10 คะแนน โดยหาคำตอบได้ถูกต้อง คำตอบละ 1 คะแนน
- 7) นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องได้คะแนน 7 คะแนนขึ้นไป จึงผ่านกิจกรรม

บัตรคำถาม

นักเรียนและเพื่อน ๆ ได้เดินทางไปชมฟาร์มแห่งหนึ่ง ซึ่งมีสุนัขแสนรู้ชื่อว่า บิทเซอร์ ทำหน้าที่เฝ้าฝูงแกะที่แสนจะขี้วณกวนประสาททุกตัว โดยเฉพาะแกะที่มีชื่อ ฌอน ซึ่งเมื่อเข้าบิทเซอร์ได้ต้อนฝูงแกะออกไปกินหญ้าในฟาร์ม แต่แล้วเมื่อนักเรียนและเพื่อน ๆ เข้าไปชมฟาร์ม เจ้าแกะจำนวน 10 ตัวได้หนีไปแอบตามที่ต่าง ๆ และอำพรางตนเองเป็นเงาตะคุ่ม นักเรียนและเพื่อน ๆ ต้องช่วยเจ้าบิทเซอร์ตามหาแกะทั้ง 10 ตัวให้ได้ ภายในเวลา 20 นาทีมิเช่นนั้นเจ้าของฟาร์มกลับมาบิทเซอร์ต้องโดนทำโทษแน่นอน โดยแกะทั้ง 10 ตัวจะซ่อนอยู่ใต้เงาของตนเอง นักเรียนและเพื่อน ๆ ต้องช่วยกันหาคำตอบจากคำถามทั้ง 10 คำถาม และเลือกคำตอบจากเงาของแกะ ถ้าคำตอบของนักเรียนถูกต้องนักเรียนจะพบแกะทั้ง 10 ตัวที่ซ่อนอยู่อย่างแน่นอน

แกะตัวที่ 1
กำหนด $f(x) = x^3$ แล้ว
 $f'(x)$ มีค่าเท่าใด

แกะตัวที่ 2
กำหนด $f(x) = 2x^4$
แล้ว $f'(x)$ มีค่าเท่าใด

แกะตัวที่ 3
กำหนด $f(x) = \frac{2}{x^3}$ แล้ว
 $f'(x)$ มีค่าเท่าใด

แกะตัวที่ 4
กำหนด $f(x) = \frac{1}{x^5}$ แล้ว
 $f'(x)$ มีค่าเท่าใด

แกะตัวที่ 5
กำหนด $f(x) = 4x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}$
แล้ว $f'(4)$ มีค่าเท่าใด

แกะตัวที่ 6
กำหนด $f(x) = 6\sqrt{x}$ แล้ว
 $f'(x)$ มีค่าเท่าใด

แกะตัวที่ 7
กำหนด $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$ แล้ว $f'(x)$
มีค่าเท่าใด

แกะตัวที่ 9
กำหนด $f(x) = 8\sqrt{x}$ แล้ว
 $f'(4)$ มีค่าเท่าใด

แกะตัวที่ 8
กำหนด $f(x) = x\sqrt{x}$ แล้ว
 $f'(x)$ มีค่าเท่าใด

แกะตัวที่ 10
กำหนด $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$ แล้ว $f'(9)$ มี
ค่าเท่าใด

ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๖ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

บัตรคำตอบ

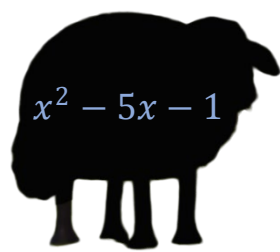
แกะตัวที่ 1

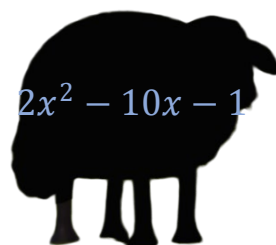

$$6x - 4$$

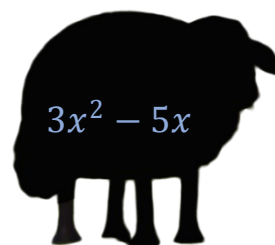

$$3x - 4$$


$$2x - 4$$

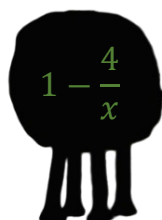
แกะตัวที่ 2

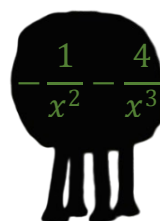

$$x^2 - 5x - 1$$

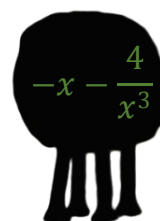

$$2x^2 - 10x - 1$$


$$3x^2 - 5x$$

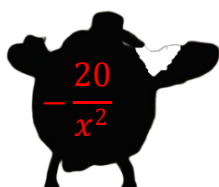
แกะตัวที่ 3

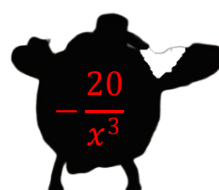

$$1 - \frac{4}{x}$$

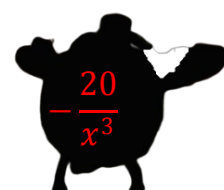

$$\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3}$$


$$-x - \frac{4}{x^3}$$

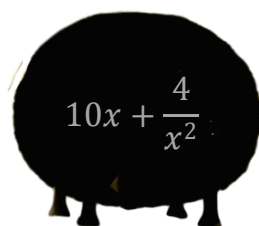
แกะตัวที่ 4

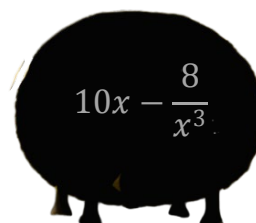

$$\frac{20}{x^2}$$

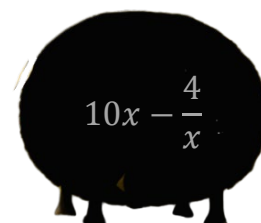

$$\frac{20}{x^3}$$


$$\frac{20}{x^3}$$

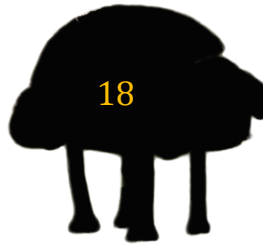
แกะตัวที่ 5


$$10x + \frac{4}{x^2}$$

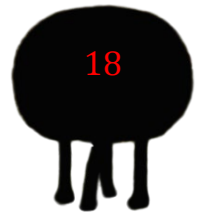

$$10x - \frac{8}{x^3}$$


$$10x - \frac{4}{x}$$

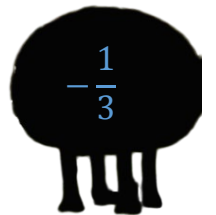
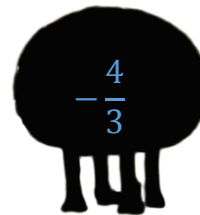
แกะตัวที่ 6



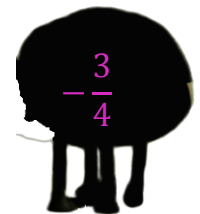
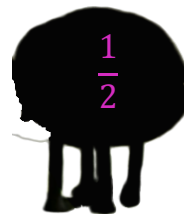
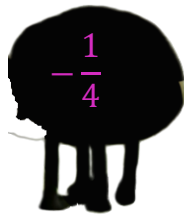
แกะตัวที่ 7



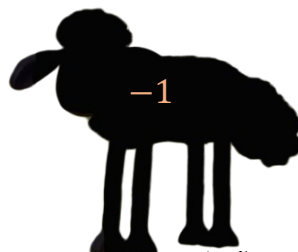
แกะตัวที่ 8

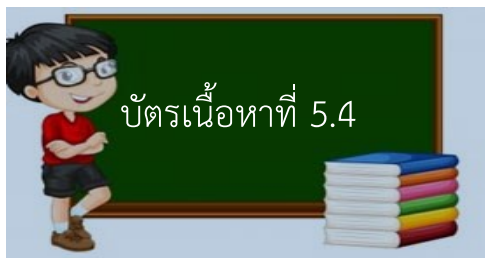


แกะตัวที่ 9



แกะตัวที่ 10





อนุพันธ์ของฟังก์ชันในรูปผลคูณและผลหาร

ในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่อยู่ในรูปผลคูณและผลหารโดยใช้สูตร ดังต่อไปนี้

สูตรที่ 7 ถ้า $y = f(x) \cdot g(x)$ แล้ว $\frac{dy}{dx} = f(x) \frac{d}{dx} g(x) + g(x) \frac{d}{dx} f(x)$

สูตรที่ 8 ถ้า $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ โดยที่ $g(x) \neq 0$ แล้ว $\frac{dy}{dx} = \frac{g(x) \frac{d}{dx} f(x) - f(x) \frac{d}{dx} g(x)}{[g(x)]^2}$

ตัวอย่างการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่อยู่ในรูปผลคูณและผลหารโดยใช้สูตร

ตัวอย่างที่ 1 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = (4x - 3)(3x + 7)$

วิธีทำ จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned} f'(x) &= (4x - 3)(3) + (3x + 7)(4) \\ &= 12x - 9 + 12x + 28 \\ &= 24x + 19 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = (x^2 + 2x)(5x^2 - 1)$

วิธีทำ จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= (x^2 + 2x)(10x) + (5x^2 - 1)(2x + 2) \\ &= 10x^3 + 20x^2 + (10x^3 + 10x^2 - 2x - 2) \\ &= 20x^3 + 30x^2 - 2x - 2 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = \frac{4x^3-5x}{x}$

วิธีทำ จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{(x)(12x^2)-(4x^3-5x)(1)}{(x)^2} \\ &= \frac{12x^3-4x^3+5x}{x^2} \\ &= \frac{8x^3+5x}{x^2} \\ &= 8x + \frac{5}{x} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \frac{8x+3}{3x-2}$

วิธีทำ จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(3x-2)(8)-(8x+3)(3)}{(3x-2)^2} \\ &= \frac{24x-16-(24x+9)}{(3x-2)^2} \\ &= \frac{24x-16-24x-9}{(3x-2)^2} \\ &= \frac{-25}{(3x-2)^2} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนด $f(x) = (2x^2 - 3)(6x - 5)$ แล้ว $f'(2)$ มีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x^2 - 3)(6) + (6x - 5)(4x) \\ &= 12x^2 - 18 + 24x^2 - 20x \\ &= 36x^2 - 20x - 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } f'(2) &= 36(2)^2 - 20(2) - 18 \\ &= 144 - 40 - 18 \\ &= 86 \end{aligned}$$

ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๖ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 6 กำหนด $f(x) = \frac{x^2-3}{4x+1}$ แล้ว $f'(-2)$ มีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากสูตรจะได้ว่า

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{(4x+1)(2x)-(x^2-3)(4)}{(4x+1)^2} \\&= \frac{8x^2+2x-(4x^2-12)}{(4x+1)^2} \\&= \frac{8x^2+2x-4x^2+12}{(4x+1)^2} \\&= \frac{4x^2+2x+12}{(4x+1)^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น } f'(-2) &= \frac{4(-2)^2+2(-2)+12}{(4(-2)+1)^2} \\&= \frac{16-4+12}{(-8+1)^2} \\&= \frac{24}{49}\end{aligned}$$



เกมใครคือตัวจริง

- 1) บัตรวิธีการเล่นเกม
- 2) บัตรคำถาม
- 3) บัตรคำตอบ

เวลาที่ใช้ 20 นาที

ขนาดของกลุ่ม 4 – 5 คน

วัตถุประสงค์ของเกม

ส่งเสริมความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่อยู่ในรูปผลคูณและผลหารโดยใช้สูตร โดยมีการวางแผนดำเนินงานได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง ฝึกการแก้ปัญหา การใช้ทักษะการคิดคำนวณและมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์

วิธีการการเล่น

- 1) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวางแผนการเล่นและแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบในกลุ่ม โดยเฉพาะผู้เขียนคำตอบลงในบัตรคำตอบ
- 2) ให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มมารับอุปกรณ์การเล่นประกอบด้วย บัตรวิธีการเล่น บัตรคำถาม และบัตรคำตอบ
- 3) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาคำตอบและถอดรหัส 10 ตัว ลงในบัตรคำตอบภายในเวลา 20 นาที
- 4) กลุ่มใดช่วยกันหาคำตอบและถอดรหัส 10 ตัว ได้ถูกต้องและรวดเร็วที่สุด ถือเป็นกลุ่มชนะเลิศได้รับดาว 5 ดวงเป็นรางวัล
- 5) เมื่อหมดเวลาให้ทุกกลุ่มส่งบัตรกิจกรรมและช่วยกันเฉลยเพื่อตรวจสอบพร้อม ๆ กัน

เกณฑ์การประเมิน

- 1) คะแนนในการทำกิจกรรมเกมใครคือตัวจริง คะแนนเต็ม 10 คะแนน โดยหาคำตอบได้ถูกต้องคำตอบละ 1 คะแนน
- 2) นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องได้คะแนน 7 คะแนนขึ้นไป จึงผ่านกิจกรรม

บัตรวิธีการเล่น

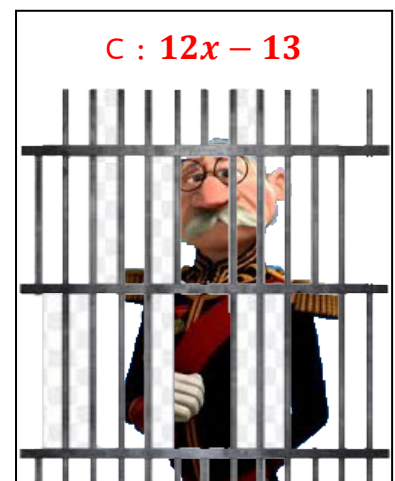
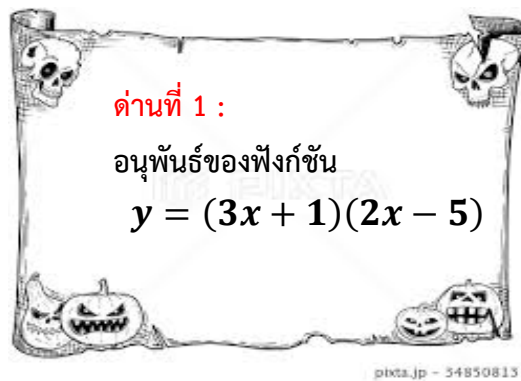
- 1) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวางแผนการเล่นและแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบในกลุ่ม โดยเฉพาะผู้เขียนคำตอบลงในบัตรคำตอบ
- 2) ให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มมารับอุปกรณ์การเล่นเกมประกอบด้วย บัตรวิธีการเล่น บัตรคำถาม และบัตรคำตอบ
- 3) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาคำตอบและถอดรหัส 10 ตัว ลงในบัตรคำตอบภายในเวลา 20 นาที
- 4) กลุ่มใดช่วยกันหาคำตอบและถอดรหัส 10 ตัว ได้ถูกต้องและรวดเร็วที่สุด ถือเป็นกลุ่มชนะ ได้รับดาว 5 ดวงเป็นรางวัล
- 5) เมื่อหมดเวลาให้ทุกกลุ่มส่งบัตรกิจกรรมและช่วยกันเฉลยเพื่อตรวจสอบความถูกต้องพร้อม ๆ กัน

เกณฑ์การประเมิน

- 6) คะแนนในการทำกิจกรรมเกมใครคือตัวจริง คะแนนเต็ม 10 คะแนน โดยหาคำตอบได้ถูกต้อง คำตอบละ 1 คะแนน
- 7) นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องได้คะแนน 7 คะแนนขึ้นไป จึงผ่านกิจกรรม

บัตรคำถาม

นักเรียนและเพื่อน ๆ ได้เข้าไปอยู่ในอาณาจักรเอเรนเดลล์ ซึ่งตอนนี้ได้ถูกความชั่วร้ายปกคลุมด้วยพอมดที่ต้องการครอบครองอาณาจักรนี้ จึงได้จับตัวเจ้าหญิงแอลซ่าและเจ้าหญิงแอนนา รวมทั้งเพื่อน ๆ เอาไว้เป็นตัวประกัน ซึ่งนักเรียนและเพื่อน ๆ เป็นเพียงกลุ่มเดียวที่ช่วยพวกเขาได้ โดยพอมดได้ตั้งคำถามในแต่ละด่านไว้ให้นักเรียนและเพื่อน ๆ ต้องตอบคำถามและเลือกตัวประกันแต่ละคน ซึ่งตัวจริงเท่านั้นที่จะมีคำตอบที่ถูกต้องให้กับนักเรียนและเพื่อน ๆ ช่วยตัวประกันครบทั้ง 10 คนแล้ว นักเรียนและเพื่อน ๆ จะได้รับรหัสทั้ง 10 ตัว มาให้พอมดเพื่อทำลายอำนาจของพอมดให้หมดลง เมื่อนักเรียนและเพื่อน ๆ พร้อม เราก็เริ่มผจญภัยกันเลย





ด้านที่ 2 :
 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
 $y = (x^2 - 4x)(4x + 1)$

pixta.jp - 34850813

A : $12x^2 - 30x - 4$

B : $4x^2 - 32x - 4$

C : $12x^2 - 32x + 4$

ด้านที่ 3 :
 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
 $f(x) = (5x + 2)(6x^2 - 3)$



A : $90x^2 + 24x - 15$

B : $30x^2 - 24x - 15$

C : $90x^2 + 24x + 15$



ด้านที่ 4 :
ฟังก์ชัน $f(x) = (3x^2 - 1)(x + 1)$
แล้ว $f'(2)$ มีค่าเท่าใด

pixta.jp - 54850813

A : 45



B : 25



C : -25



ด้านที่ 5 :
ฟังก์ชัน $f(x) = (x^2 - 3x + 1)(2x^2 - 4x + 3)$
แล้ว $f'(-1)$ มีค่าเท่าใด



A : -85



B : -5



C : 85



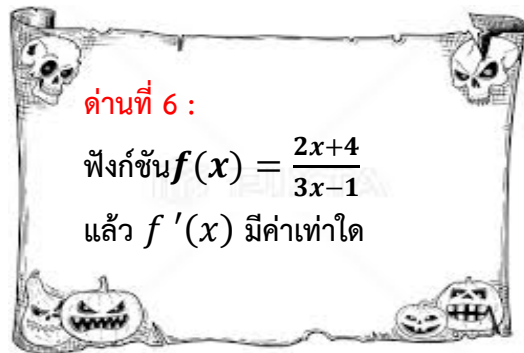
กิจกรรม

กิจกรรม
คําสําห


ด้านที่ 6 :

ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{2x+4}{3x-1}$


แล้ว $f'(x)$ มีค่าเท่าใด





A : $\frac{12x-14}{(3x-1)^2}$



B : $\frac{-14}{(3x-1)^2}$



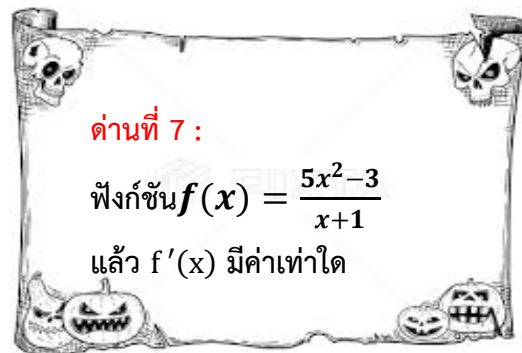
C : $\frac{12x+10}{(3x-1)^2}$





ด้านที่ 7 :

ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{5x^2-3}{x+1}$


แล้ว $f'(x)$ มีค่าเท่าใด




A : $\frac{5x^2+13}{(x+1)^2}$



B : $\frac{15x^2-7}{(x+1)^2}$



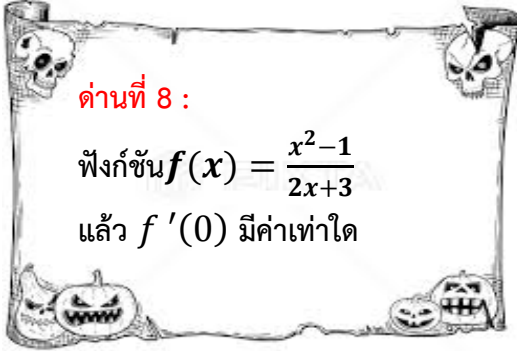
C : $\frac{5x^2-7}{(x+1)^2}$




ด้านที่ 8 :

ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{x^2-1}{2x+3}$

แล้ว $f'(0)$ มีค่าเท่าใด



A: $-\frac{2}{9}$



B: $\frac{2}{9}$



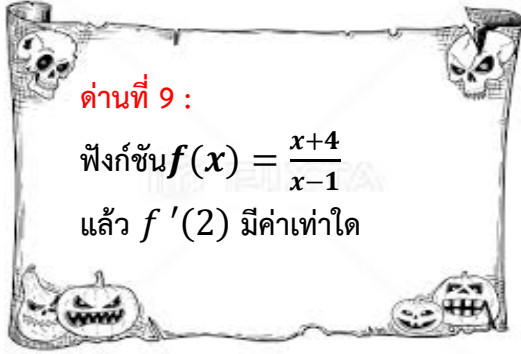
C: 0



ด้านที่ 9 :

ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{x+4}{x-1}$

แล้ว $f'(2)$ มีค่าเท่าใด



A: -5



B: 0



C: 6

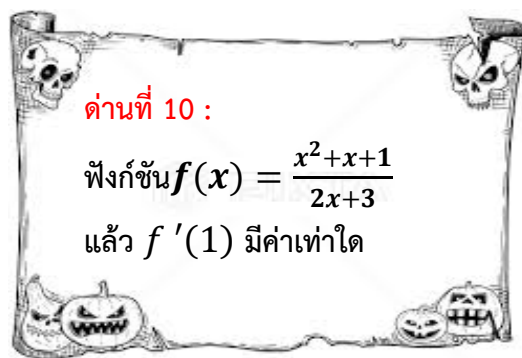


ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๓ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ด้านที่ 10 :

$$f(x) = \frac{x^2+x+1}{2x+3}$$

แล้ว $f'(1)$ มีค่าเท่าใด



pixta.jp - 54850813



บัตรคำตอบ



รหัส 10 ตัว ที่นักเรียนและเพื่อน ๆ ได้มา คือ

ด้านที่ 1



ด้านที่ 2



ด้านที่ 3



ด้านที่ 4



ด้านที่ 5



ด้านที่ 6



ด้านที่ 7



ด้านที่ 8



ด้านที่ 9



ด้านที่ 10



รหัส คือ

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

แบบทดสอบ	หลังเรียน
รายวิชาคณิตศาสตร์เสริม (ค33201) เรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น เล่มที่	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
คำชี้แจง 1. แบบทดสอบชุดนี้มีทั้งหมด 20 ข้อ ใช้เวลา 40 นาที	
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย × ลงในช่องตัวเลือกในกระดาษคำตอบที่ถูกต้องที่สุด	

- ข้อใดคืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = 2x^2 - x$
 ก. $2x - 1$ ข. $x^2 - 1$ ค. $4x - 1$ ง. $4 - x$
- กำหนด $y = \frac{3x^2}{2}$ แล้ว $\frac{dy}{dx}$ เท่ากับข้อใด
 ก. $3x$ ข. $6x$ ค. $9x$ ง. $12x$
- ข้อใดคืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 4x - 14$
 ก. $\frac{x}{4}$ ข. x ค. $4x$ ง. 4
- กำหนด $f(x) = \frac{2}{x^2}$ แล้ว $f'(x)$ เท่ากับข้อใด
 ก. $-\frac{4}{x}$ ข. $\frac{4}{x}$ ค. $-\frac{4}{x^3}$ ง. $\frac{4}{x^3}$
- กำหนด $f(x) = \sqrt{x}$ แล้ว $f'(x)$ เท่ากับข้อใด
 ก. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ข. $-\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ค. x ง. $2\sqrt{x}$
- กำหนด $f(x) = 6$ แล้ว $f'(5)$ เท่ากับข้อใด
 ก. 0 ข. 1 ค. 5 ง. 6
- กำหนด $f(x) = 5x + 3$ แล้ว $f'(4)$ เท่ากับข้อใด
 ก. 4 ข. 5 ค. 20 ง. 2
- กำหนด $f(x) = 4\sqrt{x}$ แล้ว $f'(4)$ เท่ากับข้อใด
 ก. 1 ข. 2 ค. 4 ง. 8
- ข้อใดคืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = x^2 + x$ ณ $x = -2$
 ก. -3 ข. -2 ค. 2 ง. 3
- กำหนด $f(x) = \frac{1}{x}$ แล้ว $f'(-2)$ เท่ากับข้อใด
 ก. 0 ข. 1 ค. $-\frac{1}{4}$ ง. $\frac{1}{4}$
- ข้อใดคืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = 2x^3 - 3x^2 + x - 1$
 ก. $6x^2 - 6x + 1$
 ข. $2x^2 - 3x + 1$
 ค. $6x^4 - 6x^3 + x^2 - x$
 ง. $6x^2 - x + 1$

12. กำหนด $y = \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$ แล้ว $\frac{dy}{dx}$ เท่ากับข้อใด
 ข. $\frac{2}{x^2} - \frac{6}{x^3}$ ข. $-\frac{2}{x^2} - \frac{6}{x^3}$ ค. $\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^3}$ ง. $-\frac{2}{x} + \frac{3}{x^3}$
13. กำหนด $y = 2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$ แล้ว $\frac{dy}{dx}$ เท่ากับข้อใด
 ก. $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{3\sqrt{x^2}}$ ข. $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
 ค. $\sqrt{x} + \frac{1}{3\sqrt{x^2}}$ ง. $\sqrt{x} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
14. ข้อใดคืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = (x^2 + 1)(3x - 1)$
 ก. $3x^2 + 2x + 3$
 ง. $3x^2 - 2x + 3$
 ค. $9x^2 + 2x - 3$
 ง. $9x^2 - 2x + 3$
15. กำหนด $f(x) = \frac{x^3+16}{x^2}$ แล้ว $f'(x)$ เท่ากับข้อใด
 ก. $\frac{x^4-32}{x^4}$ ข. $\frac{x^4-32}{x^2}$ ค. $\frac{x^3-32}{x^3}$ ง. $\frac{x^4-32}{x^3}$
16. กำหนด $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3x$ แล้ว $f'(-1)$ เท่ากับข้อใด
 ก. -7 ข. -1 ค. 0 ง. 5
17. กำหนด $f(x) = \frac{4}{x^2} - \frac{8}{x}$ แล้ว $f'(2)$ เท่ากับข้อใด
 ก. -3 ข. -1 ค. 0 ง. 1
18. กำหนด $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$ แล้ว $f'(4)$ เท่ากับข้อใด
 ก. 8 ข. 2 ค. -2 ง. -4
19. กำหนด $f(x) = (x^3 - x)(x + 2)$ แล้ว $f'(-3)$ เท่ากับข้อใด
 ก. -48 ข. -50 ค. -54 ง. -56
20. กำหนด $f(x) = \frac{2x+1}{3x+5}$ แล้ว $f'(0)$ เท่ากับข้อใด
 ก. $-\frac{1}{5}$ ข. $\frac{7}{5}$ ค. $-\frac{7}{25}$ ง. $\frac{7}{25}$

บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์. (2554). **แบบฝึกหัดและประเมินผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่มที่ 6.** กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์.
- กวีญา เนาวประทีป. (2555). **เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แคลคูลัสเบื้องต้น.** กรุงเทพฯ : ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2553). **หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ : สกสค. ลาดพร้าว.
- จักรินทร์วรรณโพธิ์กลาง. (2555). **คู่มือสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4-6 เล่มที่ 6.** กรุงเทพฯ : พ.ศ.พัฒนา.
- เจริญ ภูภัทรพงศ์ และศรีลัดดา ภูภัทรพงศ์. (ม.ป.ป.). **คู่มือและภาคคณิตคิดลัดโจทย์คณิตศาสตร์ ค014,ค044.** กรุงเทพฯ : SCIENCE CENTER.
- ชนาธิป พรกุล. (2554). **การสอนกระบวนการคิดทฤษฎีและการนำไปใช้.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2552). **80 นวัตกรรมจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ.** กรุงเทพฯ : แดเน็กซ์. อินเทอร์เน็ตพอร์เรชั่น จำกัด.
- ทศนา แวมมณี. (2555). **ศาสตร์การสอน องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ.** พิมพ์ครั้งที่ 16. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2554). **หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่มที่ 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6.** พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- _____. **คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่มที่ 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6.** พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชพรรณ เหล่าวานิชย์. (2558). **คณิตศาสตร์มัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่มที่ 6 (รายวิชาพื้นฐานและเพิ่มเติม).** กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิง.
- สำราญ เต๋นอุดม. (2560). **คัมภีร์เก่งคณิต ม.4-5-6 เล่มที่ 4.** กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ Think Beyond A⁺.
- สุกัญญา สนิทวงศ์ ณ อยุธยา. (2555). **แคลคูลัส 1 ฉบับเสริมประสบการณ์.** กรุงเทพฯ : วิทยพัฒน์.

ภาคผนวก

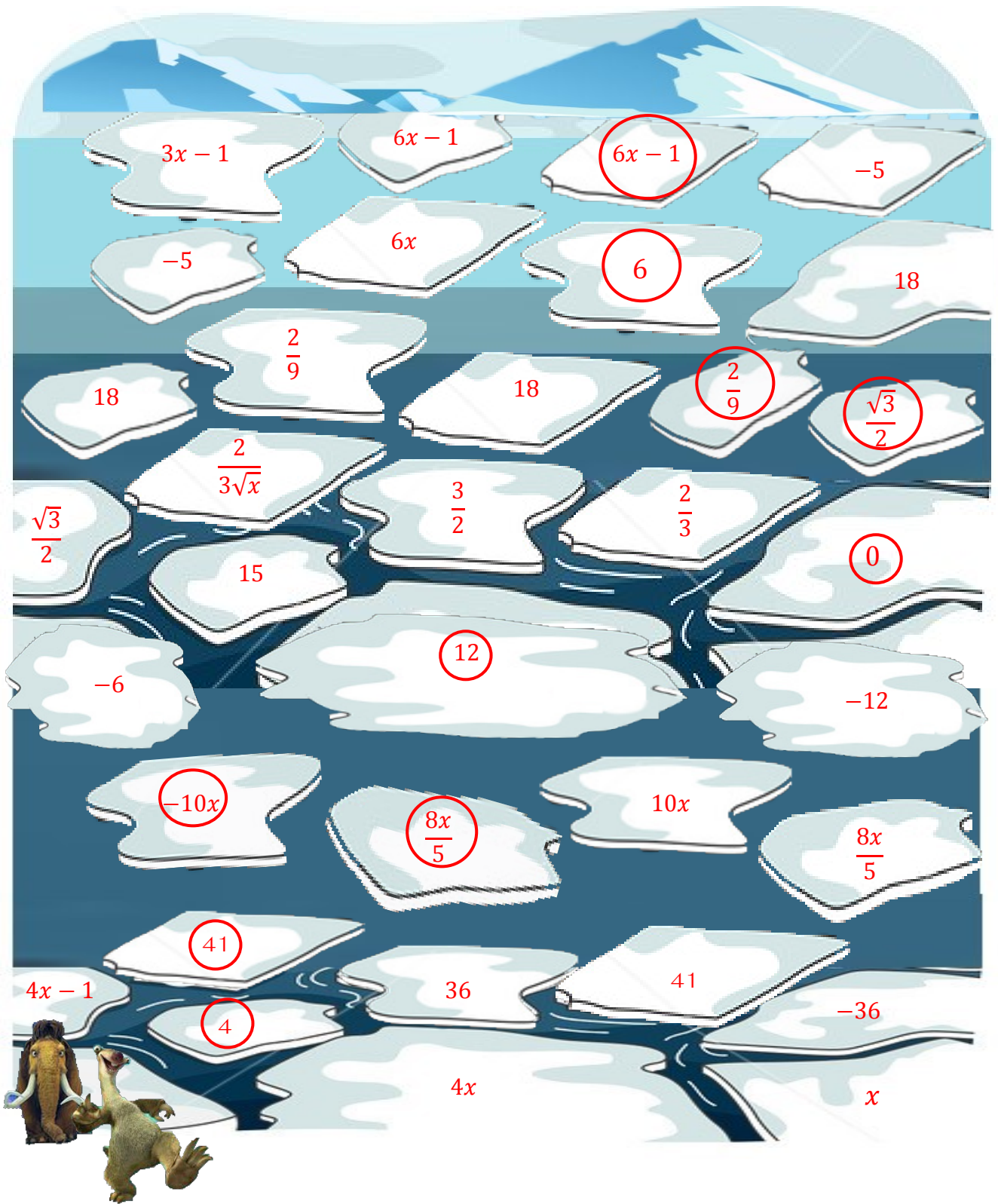
ประกอบด้วย

- ** เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน
- ** เฉลยเกมพิชิตภูเขาน้ำแข็ง
- ** เฉลยเกมภาพจริงหรือภาพลวง
- ** เฉลยเกมซ่อนแอบ
- ** เฉลยเกมใครคือตัวจริง

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

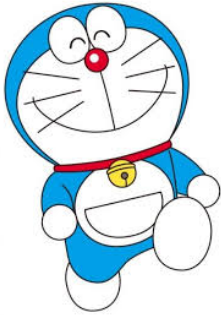
แบบทดสอบก่อนเรียน				แบบทดสอบหลังเรียน			
ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	ง	11	ก	1	ค	11	ก
2	ค	12	ก	2	ก	12	ข
3	ก	13	ข	3	ง	13	ข
4	ค	14	ง	4	ค	14	ง
5	ก	15	ข	5	ก	15	ค
6	ข	16	ค	6	ก	16	ก
7	ก	17	ง	7	ข	17	ง
8	ก	18	ข	8	ก	18	ค
9	ค	19	ค	9	ก	19	ข
10	ก	20	ง	10	ค	20	ง

เฉลยเกมพิชิตภูเขาน้ำแข็ง



เฉลยเกมภาพจริงหรือภาพลวง

$$6x - 4$$



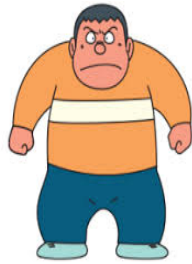
$$3x^2 - 10x - 1$$



$$-\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3}$$



$$\frac{20}{x^4}$$



$$10x - \frac{8}{x^3}$$



$$18$$



$$12$$



$$-\frac{13}{3}$$



$$-\frac{1}{4}$$

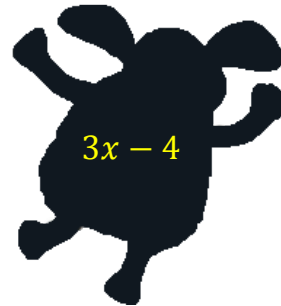


$$-1$$

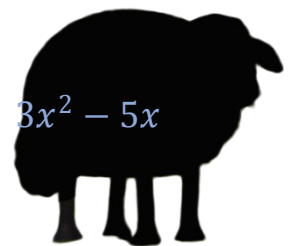
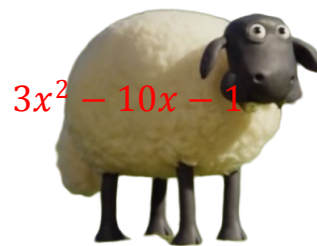
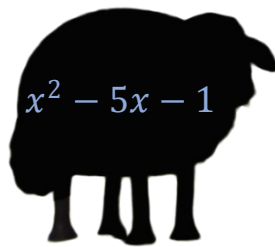


เฉลยเกมซ่อนแอบ

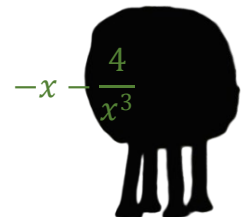
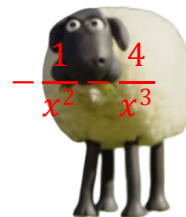
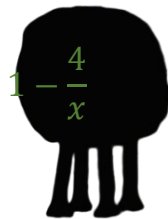
แกะตัวที่ 1



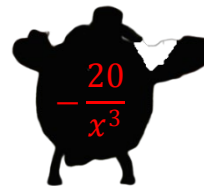
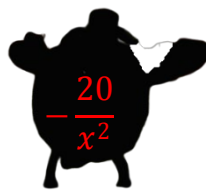
แกะตัวที่ 2



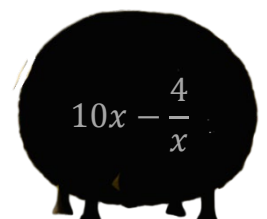
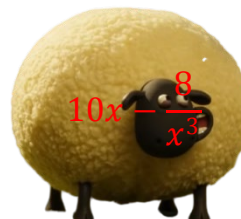
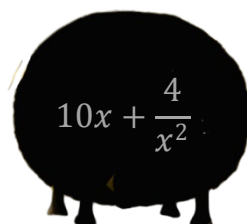
แกะตัวที่ 3



แกะตัวที่ 4

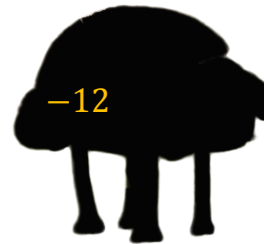
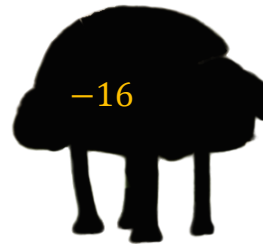


แกะตัวที่ 5

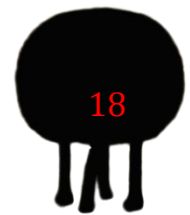


ชุดกิจกรรมแคลคูลัสเบื้องต้น ๖ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

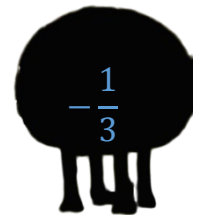
แกะตัวที่ 6



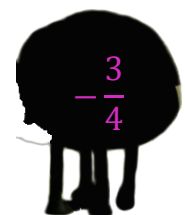
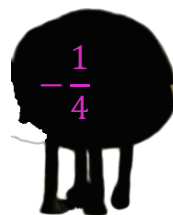
แกะตัวที่ 7



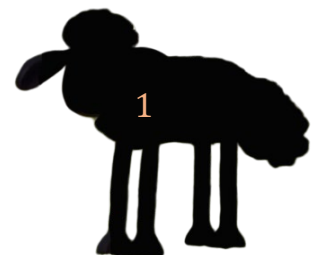
แกะตัวที่ 8



แกะตัวที่ 9



แกะตัวที่ 10



เฉลยเกมใครคือตัวจริง



รหัส 10 ตัว ที่นักเรียนและเพื่อน ๆ ได้มา คือ

ด่านที่ 1



$$12x - 13$$

ด่านที่ 2



$$12x^2 - 30x - 4$$

ด่านที่ 3



$$90x^2 + 24x - 15$$

ด่านที่ 4



$$25$$

ด่านที่ 5



$$-85$$

ด่านที่ 6



$$\frac{-14}{(3x - 1)^2}$$

ด่านที่ 7



$$\frac{5x^2 + 13}{(x + 1)^2}$$

ด่านที่ 8



$$\frac{2}{9}$$

ด่านที่ 9



$$-5$$

ด่านที่ 10



$$\frac{9}{25}$$

รหัส คือ

C

A

A

B

A

B

A

B

A

C

ตารางบันทึกคะแนนการทำกิจกรรมและแบบทดสอบ ชุดที่ 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

กลุ่มที่

- ชื่อสมาชิกในกลุ่ม
1. หัวหน้า.....เลขที่.....ชั้น.....
 2. รองหัวหน้า.....เลขที่.....ชั้น.....
 3. สมาชิก.....เลขที่.....ชั้น.....
 4. เลขานุการ.....เลขที่.....ชั้น.....

ลำดับที่	คะแนน					
	ทดสอบก่อนเรียน	บัตริกิจกรรมที่ 5.1	บัตริกิจกรรมที่ 5.2	บัตริกิจกรรมที่ 5.3	บัตริกิจกรรมที่ 5.4	ทดสอบหลังเรียน
	(20 คะแนน)	(10 คะแนน)	(10 คะแนน)	(10 คะแนน)	(10 คะแนน)	(20 คะแนน)
1						
2						
3						
4						

ลำดับที่	คะแนน			
	ฐาน	ทดสอบหลังเรียน	พัฒนาการ	ความก้าวหน้า
	(เทียบ 100 คะแนน)	(เทียบ 100 คะแนน)	(ช่อง 2 - ช่อง 1)	(พิจารณาจากตารางเกณฑ์)
1				
2				
3				
4				
รวม				
ความก้าวหน้าเฉลี่ยของกลุ่ม		 ÷ 4 =		
เกณฑ์ที่ได้รับการยกย่อง		★ กลุ่มยอดเยี่ยม	★ กลุ่มเก่งมาก	★ กลุ่มเก่ง

ลงชื่อ.....หัวหน้ากลุ่ม
 (.....)
/...../.....

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน
 (.....)
/...../.....